プラズマの"理想的な"乱れ(研究会報告)

AUTHOR(S):

木原, 太郎

CITATION:

木原, 太郎. プラズマの"理想的な"乱れ(研究会報告). 物性研究 1965, 5(2): 102-106

ISSUE DATE:

1965-11-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/85817

Plasma

プラズマの〃理想的な〃乱れ

木　原　太　郎（東大理）

§1　予備的考察

完全電離プラズマ内にほぼ均質で定常的な乱れが作られているとする。通常の気体では、細かい網目を通過させることによつて、比較的容易にこのような乱れを作ることができる。プラズマの場合も、電気的なスダレを通してプラズマを流すか、あるいはプラズマ中に電子ビームを送るかして、乱れを作ることができよう。

プラズマ内での均質で定常的な乱れは、その振動数が電子プラズマ振動数ω_0の附近にある〃電子的な乱れ〃とそれよりはるかに低い振動数をもつものとに分けられる。前者はさらに、波長がDebye 半径r_Dの数倍程度の領域にある〃細かい乱れ〃とそれよりはるかに長い波長をもつものとに分けられる。ここでは主として、電子的な細かい乱れを考える。さらに乱れの強度が小さい場合を考えることにして、イオンは静かで熱的つりあいにあるものとする。

このような乱れの場は、いわば、正負に振動する空間電荷の〃雲〃で満されている。その雲の大きさはDebye 半径r_Dの数倍程度であり、その正負電荷間の振動の振動数はプラズマ振動数ω_0の附近に分布している。これらの雲は幾回か振動する間に形が次オに変つてくる。これはLandau減衰に関連のある振動数の波長依存性の結果としても当然である。

定常的で均質な乱れに特徴的な量として、空間電荷ρの相関

$$<\rho(r_1, t_1)\rho(r_1+r, t_1+t)> = \rho_0^2 F(r, t)$$

がある。ここに$F(0,0)=1$にして、角カツコは空間座標r_1あるいは時刻t_1に関する平均を意味する。相関函数$F(r, t)$の大体の形を、等方的の場合に画けば、図1のようなものであろう。長さr_0は乱れの平均的なサイズをあらわす。

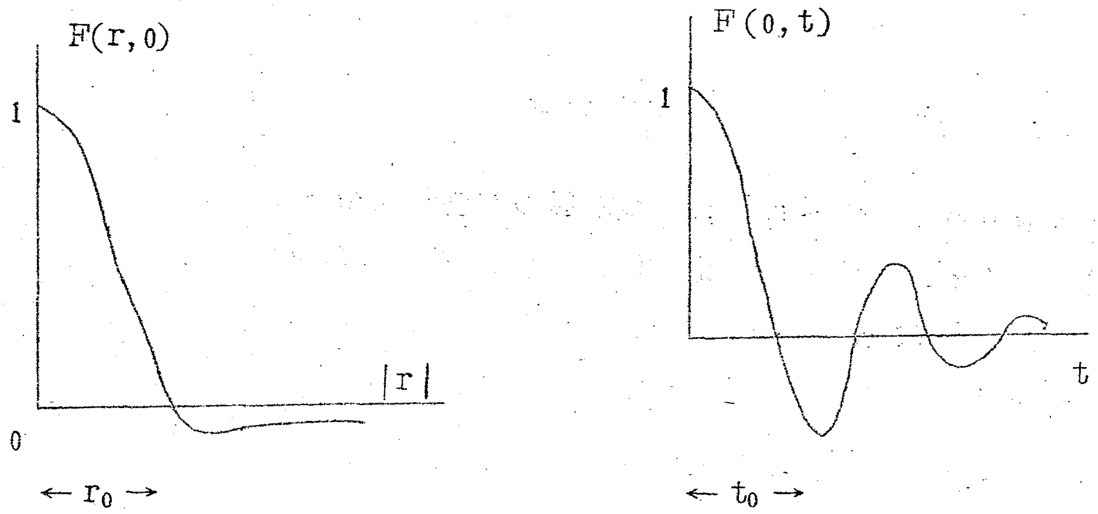

図　1

現在の場合、r_0 は r_D の数倍で、t_0 はプラズマ振動の週期に近い。

このような雲のおのおのが含む空間電荷を $\pm\zeta e$ の程度とおく。ζ は正の大きい数、$-e$ は電子の電荷である。乱れが著しく強くない限り、電子とイオンとの電荷の大部分が打ち消し合い、僅かな差が空間電荷として残るのであるから $\zeta \ll r_D^3$ と考えてよい。ここで n は単位体積中の電荷の数、r_D と r_0 との差は無視する。このとき、電子の集団運動のエネルギーは熱運動のエネルギーに比べて十分小さい。

このような乱れの中で個々の電子が平均的に自由に運動する時間 τ^* を問題にする。τ^* は乱れのない場合の値 τ より当然短い：$\tau^* < \tau$．ここに電子の平均自由運動時間とは、運動の方向が目立つて変るまでの時間であり、また速さが目立つて変るまでの時間でもある。この二つの時間が同程度の量であることをまず示そう。一つの雲が飛来電子の運動量変化に対して示す有効断面積は $(\zeta e^2/T)^2$ の程度である。ここに T はエネルギー単位での温度、もしその雲が静的なものであれば、電子の運動の方向だけが変つてそのエネルギーは通過前後で変らないであろうが、実は通過中に時間的変化を十分にしているので、この有効断面積は、そのままエネルギー変化に対してもあてはまるのである。乱れの特徴として、電荷雲はある程度不規則に分布しているので、一つ一つの雲の有効断面積がほぼ独立に電子の運動量とエネルギーの変化に関係してくる。

条件 $\zeta \ll nr_D^3$ は $\zeta e^2/r_D \ll T$ と書かれる。これは一つの雲を一電子が通

Plasma

過する際（その時間 $\sim\omega_0^{-1}$）の運動量・エネルギーの変化が小さいことを意味する。従つて

$$\zeta \ll n r_0^3 \quad \text{ならば} \quad \omega_0^{-1} \ll \tau^*$$

単位体積中の雲の数 $\sim r_D^{-3}$，一つの雲の有効断面積 $\sim(\zeta e^2/T)^2$，単位体積中の電子・イオンの数 $\sim n$，電子あるいはイオンの有効断面積 $\sim(e^2/T)^2$ であるから、$r_D^{-3}(\zeta e^2/T)^2 \gg n(e^2/T)^2$ あるいは $n r_D^3 \ll \zeta^2$ ならば $\tau^* \ll \tau$ となる。結局

$$\zeta \ll n r_D^3 \ll \zeta^2$$

ならば（例えば $\zeta \sim 10^4$，$n r_D^3 \sim 10^6$ ならば）

$$\omega_0^{-1} \ll \tau^* \ll \tau$$

となる。

§2　理想的な乱れの定義

前節の考察は以下の公理論的な組立てに対する準備であつた。簡単のため磁場のない場合に、完全電離プラズマ内に、ほぼ定常均質な乱れができているとする。これが、つぎの３条件を満すとき、″理想的な乱れ″とよぶ。

1　イオンは静かで熱的つりあいにある。

2　電子の集団運動の速度は熱運動の速度に比べて十分小さい。従つて電子の速度分布は、これを乱れのサイズよりかなり大きい空間領域で平均したものによつて近似される。

3　電子の平均自由運動時間 τ^* は、プラズマ振動の週期より十分長いが、乱れのない状態での対応する量 τ よりは十分短い。すなわち

$$\omega_0^{-1} \ll \tau^* \ll \tau \tag{1}$$

ここに ω_0 はプラズマ振動数である。乱れの中での電子の運動に関して、方向ならびに速さの何れについても、それらが目立つて変るまでの時間 τ^* は(1)を満すものとする。

条件1はイオン・電子の質量比が極めて大きいことからきている。条件2と $\omega_0^{-1} \ll \tau^*$ とは乱れが大して強くないということである。また $\tau^* \ll \tau$ は、電子と電子との間の集団的相互作用が乱れによつて著しく大きくなつていることをいみする。

これらの条件は、もちろん独立ではない。§1での考察は、これら条件の間に矛盾がないことを示す役目を果すものでもある。

§3　直流電気伝導率

理想的な乱れの状態にある完全電離プラズマに、極めて弱い電界をかけたときの電気伝導率を考える。電子は電界と逆方向に流れるが、その際の速度分布に関して顕著な性質がある。すなわち速度分布は平均流のまわりにMaxwell分布をとる。その理由は、電子イオン間の相互作用は乱れによつて大して変らないのに対し、電子電子間は(1)によつて著しく強められるからである。

このような事情から精密な運動論的計算が容易に行われ、1種類のイオンを含む2成分プラズマでは、直流電伝率 σ はつぎのもので与えられる。

$$\sigma = \frac{ne^2}{m\Omega}, \quad \Omega = \frac{4}{3} n_1 \left(\frac{2\pi T}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{Ze^2}{T}\right)^2 \left(ln \frac{4T}{\gamma^2 Ze^2 k_{12}} - \frac{1}{2} \right)$$

ここに m＝電子の質量、n_1＝イオンの数密度、Ze＝イオンの電荷、$ln\,\gamma$＝0.57722＝Euler 定数、

$$ln \frac{k_{12}^2}{k_2^2} = \frac{k_D^2}{k_1^2}\, ln \frac{k_D^2}{k_2^2} - 1$$

$$k_1^2 = 4\pi Z^2 e^2 n_1 / T, \quad k_2^2 = 4\pi e^2 n / T,$$

$$k_D^2 = k_1^2 + k_2^2,$$

k_D 静的なDebye 定数である。

乱れのないプラズマでは電子イオン間の相互作用と電子電子間のそれとは同程度の量であるから、電界中の電子の速度分布は傾きが前後非対称である。従つて σ の精密な表式は簡単な函数ではあらわされない。Z＝1のとき近似的に上式の2.0倍である：

Plasma

$$\sigma = 1.97\frac{ne^2}{m\Omega}\left[1+O\left(\frac{1}{ln(T/e^2k_{12}}\right)\right]$$

週期的電界の場合を含めて、計算は T. Kihara, Electrical Conductivity of a Plasma in "Ideal"Turbulence, プラズマ研 IPPJ-36

乱れの H 函数（前号掲載分の再録）

巽 友正，池田紀人（京大理）

§ 1 乱れのH函数

乱れ (turbulence) は一般的にはつぎのように定義できる： 決定的方程式に従う一つの変数が与えられたとき、初期時刻におけるその変数の確率分布を仮定して、以後の任意の時刻における確率分布を求める。

非圧縮粘性流体の乱れにおいては、確率変数は速度 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$，方程式は Navier-Stokes 方程式で与えられる。非衝突プラズマの乱れにおいては、確率変数としては一体分布函数 $f(\mathbf{x},\mathbf{v})$ 方程式としては例えば Vlasov 方程式を考えればよいであろう。

乱れの不規則さ (randomness)を表わす重要な指標は、分布のH函数である：

$$H = \int P(\mathbf{X}) \log P(\mathbf{X})\, d\mathbf{X} \tag{1}$$

ただし、$\mathbf{X}$：確率変数、$P(\mathbf{X})$：分布密度、H函数が時間的にどのように変化するかは、つぎのように方程式の形で表わされる。

まず、変数 $\mathbf{X}$ に対する決定的方程式を

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = Q[\mathbf{X}] \tag{2}$$

と書けば、確率保存の関係から直ちに、分布 $P(\mathbf{X})$ に対する方程式

$$\frac{\partial P(X,t)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial}{\partial X}\cdot Q[X]\right)P(X,t) \tag{3}$$